MA-179, Treningoppgaver til eksamen **Vår 2021**

Hvis du løser likningsystem i oppgave 3, 4, 5, 6 og 7, så er det greit å ta utregning på kalkulator. Det samme gjelder andregradslikninger.

Oppgave 1 ....

Likningssystemet

$$\begin{array}{rcrcr} 3x_1 & - & 2x_2 & = & 1 \\ x_1 & + & 2x_2 & = & 11 \end{array}$$

kan skrives på matriseform $A\vec{x} = \vec{b}$.

(a) Bruk radoperasjoner (Gauss-Jordan) til å finne løsningen.

(b) Bruk A^{-1} til å finne løsningen.

(c) Bruk Cramers regel til å finne løsningen.

Oppgave 2 ....

Likningssystemet

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & = & 3 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & = & 1 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & = & -2 \end{array}$$

kan skrives på matriseform $A\vec{x} = \vec{b}$.

(a) Bruk radoperasjoner (Gauss-Jordan) til å finne løsningen.

(b) Bruk A^{-1} til å finne løsningen.

(c) Bruk Cramers regel til å finne løsningen.

Oppgave 3 ....

Vi skal løse den homogene diff.likn.

$$y'' - 5y' + 6y = 0 \qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = -1$$

(a) Løs med metoden med karakteristisk likning.

(b) Løs med Laplacetransform.

(c) Løs også den ikke-homogene likning

$$y'' - 5y' + 6y = e^{2t} \qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = -1$$

med Laplacetransform.

Oppgave 4 ....

Vi skal løse den homogene diff.likn.

$$y'' + 4y' + 5y = 0 \qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = 0$$

(a) Løs med metoden med karakteristisk likning.

(b) Løs med Laplacetransform.
(Tips: Fullfør kvadrat og bruk trikset $s + 4 = s + 2 + 2$.)

(c) Løs også den ikke-homogene likning

$$y'' + 4y' + 5y = 10 \qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = 0$$

med Laplacetransform.

Oppgave 5 ....

Vi skal løse det homogene systemet av diff.likn.

$$\vec{y}\,' = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \vec{y} \quad \text{der} \quad \vec{y}(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(a) Løs ved å diagonalisere matrisa.

(b) Løs med Laplacetransform.

Oppgave 6 ....

Vi skal løse det homogene systemet av diff.likn.

$$\vec{y}\,' = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \vec{y} \quad \text{der} \quad \vec{y}(0) = \begin{bmatrix} 7 \\ 14 \end{bmatrix}$$

(a) Løs ved å diagonalisere matrisa.

(b) Løs med Laplacetransform.

Oppgave 7 ....

Vi skal se på matrise

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

(a) Finn egenverdiene og egenvektorene til A.

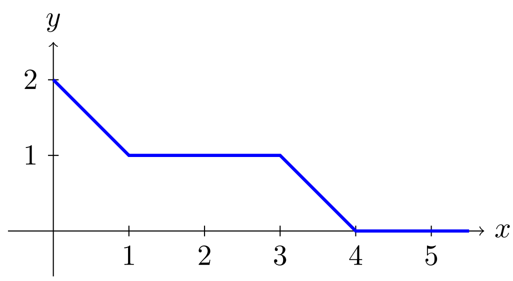
(b) Forklar kort hvorfor A *ikke* er diagonaliserbar.

(c) La $\vec{v}_1$ være egenvektoren tilhørende egenverdien $\lambda_1 = 1$.
Finn en vektor $\vec{w}$ slik at $(I - A)\vec{w} = \vec{v}_1$.

Oppgave 8 ....

Grafen til $f(t)$ ser ut som i figuren under.

Skriv $f(t)$ ved hjelp av Heavisides enhetsstegfunksjon og finn Laplacetransformasjonen $\mathcal{L}(f)$.



Oppgave 9 ....

Grafen til $f(t)$ ser ut som i figuren under.

Skriv $f(t)$ ved hjelp av Heavisides enhetsstegfunksjon og finn Laplacetransformasjonen $\mathcal{L}(f)$.